

EL CALCULO EN LA FORMACION DE UN INGENIERO

RICARDO PEGUERO

BREVE RESEÑA HISTORICA

El cálculo infinitesimal tiene en Arquímedes (287-212 A.C.) uno de sus principales precursores, quien sometió a mayor rigor científico el método de Exhaustión que un siglo antes había puesto en ejecución Eudoxio de Cnido en interés de hallar el área bajo una curva.

Más tarde las necesidades de los navegantes y el espíritu de investigación de los astrónomos hizo ampliar el campo de aplicación de los incrementos e infinitésimos de cuyo desarrollo emerge, como máximo exponente hasta los albores del siglo XVII, el astrónomo alemán Juan Kepler.

Pero es con los aportes decisivos de Newton y de Leibnitz que el Cálculo Diferencial e Integral adquiere características y verdadero desarrollo científicos y se instituye como tal.

Aun cuando Newton descubrió y empleó la nueva ciencia desde 1670, su primera obra publicada está fechada en 1687 bajo el título *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Principios Matemáticos de la Filosofía Natural).

En esta obra llegó a decir Laplace: "Siempre permanecerá preeminente sobre todas las otras producciones de la mente humana"...

Leibnitz, por su parte, fue el primero en publicar sus descubrimientos de Cálculo Infinitesimal en un breve ensayo aparecido en la revista alemana *Acta Eruditorum* (Relatos de Eruditos), en 1684, conservándose hasta hoy la notación por él introducida.

Es justo consignar que las célebres *Fluxiones* de Newton y la excelente elaboración de los conceptos "incremento" e "infinitésimo" por parte de Leibnitz han sido enriquecidos con las eminentes contribuciones de Euler, Lagrange, Gauss y Cauchy, y otros brillantes matemáticos, para hacer del Cálculo Diferencial e Integral el soporte principal de la Física y, por ende, de la Ingeniería en todas sus vertientes.

De todas formas, Newton y Leibnitz, de manera independiente, proporcionaron, sin lugar a dudas, el instrumento más poderoso de que dispone el Ingeniero de nuestros días: La matemática de la variación, del movimiento y del acopio: ¡El Cálculo Infinitesimal!

IMPORTANCIA DEL CALCULO INFINITESIMAL EN LA CARRERA DE INGENIERIA

Luego del desarrollo del Cálculo y con el uso de los infinitesimales, comienza el avance de las ciencias y como la ingeniería es la aplicación de las ciencias fisicomatemáticas a la invención, tiene por lenguaje y herramientas las matemáticas.

El estudiante de ingeniería debería llegar a la escuela con un mínimo de conocimientos, principalmente de cálculo, que le permitan iniciarse con el enfoque de temas avanzados en el estudio del Cálculo, pero nuestros planes de estudios no lo contemplan así y el estudiante ingresa a la escuela de ingeniería sin tener una ligera noción de sus necesidades técnicas. Así comienza su carrera con grandes deficiencias que deberá suplir, y el cálculo, que lo sorprende e inquieta, es la primera materia básica con la cual, a través de su preparación, podrá iniciarse en el aprendizaje de la Mecánica Racional y de sus ramas afines: Mecánica de los Sólidos Deformables, Estabilidad de las Construcciones, Mecánica de los Fluidos, etc., las cuales representan conocimientos básicos que van a incidir notablemente en todas las especialidades en que actualmente se dividen esos estudios.

Sin el conocimiento del Cálculo el estudiante no estará capacitado para enfocar la solución de los problemas tan sencillos como el estudio de la deformación que pueda producir el peso propio a un cable sometido a tracción simple y nunca podría establecer relaciones que lo condujeran a obtener soluciones aceptables si no es capaz de traducir las necesidades del caso que estudia al lenguaje matemático: Si no es hábil en manejar las fórmulas y enfocar los problemas, nunca llegará a ser un buen ingeniero.

La Ingeniería y todas sus ramas afines, tales como Eléctrica, Electrónica, Hidráulica, Estructuras, Aeronáutica, Termodinámica, Naval, etc., avanzan a paso de gigante y cada vez el ingeniero necesita dominar más las matemáticas y aumentar progresivamente sus conocimientos de Cálculo Avanzado. Actualmente, el ingeniero estructural, por ejemplo, debe presentar soluciones a estructuras muy atrevidas ya que los arquitectos de hoy avanzan cada vez más en su preparación y son capaces de intuir y proporcionar estructuras bellísimas frente a las cuales un ingeniero sin el dominio de las matemáticas no es capaz de desenvolverse a plenitud y acabará limitado en su trabajo.

Por supuesto que 'no sólo de Cálculo vive el ingeniero', pero no hay duda de que éste representa su herramienta más útil y poderosa y su conocimiento y manejo es requisito previo *indispensable* para acometer con éxito el estudio de cualquiera de las ramas de la Ingeniería de hoy.

APLICACIONES VARIAS

En nuestra época se desarrollan constantemente nuevas teorías y su perfeccionamiento queda como ejemplo en la construcción de edificaciones y obras de Ingeniería en general -cada vez más osadas- y empresas cada día más pretenciosas. Se utiliza el Cálculo para predecir las órbitas de satélites artificiales de la Tierra, en el diseño de la navegación por inercia, en la desintegración atómica, en la solución de problemas planteados por los viajes espaciales e incluso en la comprobación de teorías relativas al comportamiento económico, sociológico y hasta psicológico. Todos estos planteamientos, tan disímiles como abundantes, se traducen a expresiones matemáticas de mayor o menor complejidad, pero donde, invariablemente, el cálculo representa la parte principal, la piedra angular, suministrando al ingeniero resultados exactos, necesarios para obtener "lo más con lo menos".

La brevedad de la presente exposición se traduce en limitativo que impide no ya desarrollar detalladamente sino tan sólo mencionar todos y cada uno de los casos de aplicación práctica del Cálculo Infinitesimal a la Ingeniería.

Tal vez, en interés de demostrar la incidencia del Cálculo en los problemas prácticos de Ingeniería, sean suficientes los siguientes aislados ejemplos:

El Método de los Multiplicadores de Lenguaje en Economía, Estadística y en cualquier otra disciplina que incluya métodos de optimización.

- El Teorema de los Ejes Principales en Resistencia de materiales.
- Los Teoremas de Castigliano en el Análisis Estructural Avanzado.
- Los Métodos de Raleygh y Stodola en la Dinámica de Estructuras.
- Las Ecuaciones de Euler y su magnífica contribución al desarrollo de la Hidráulica y la Termodinámica.
- Los Teoremas de Green y de Stokes en el área de la Ingeniería Eléctrica.
- La Función Gamma (γ), de incalculable valor en la Ingeniería Química y en la Ingeniería Nuclear.
- La Ecuación de las Placas Delgadas o de Lagrange en los Pavimentos Rígidos de la Ingeniería de Vías.
- La Función del Pozo y la Ley de Dancy en Hidrología.
- La Determinación de la Permeabilidad en Mecánica de Suelos.
- El Método de los Potenciales Retardados, utilizados por Einstein en su famosa Teoría de la Relatividad.

En fin, es tan amplia la aplicación del Cálculo en la Ingeniería que incluso aporta al área de Tránsito hasta la determinación del número de adelantamientos o rebases probables de vehículos en una vía de densidad y características predeterminadas.

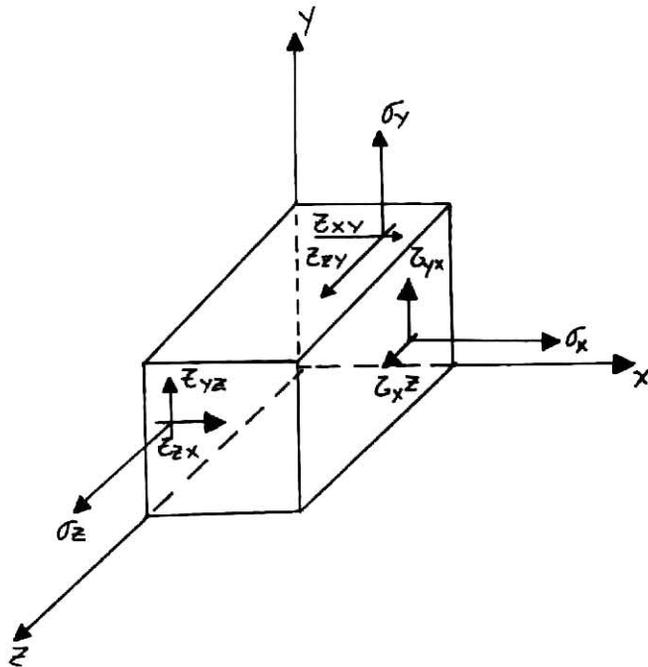
Utilizando la Ley de Conservación de la Energía e igualando la energía elástica interna al trabajo externo, se obtendrá la deformación de algunos miembros en el caso que se aplique solamente una fuerza al mismo.

Aparece entonces un Teorema General aplicado a sistemas elásticos sometidos a un número cualquiera de cargas para determinar las deformaciones y las rotaciones de un elemento. Este teorema se debe a Castigliano quien produjo más al respecto y se puede aplicar para determinar deformaciones cualesquiera que sean sus causas.

Así la expresión general para la energía de deformación interna total en un cuerpo linealmente elástico es:

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \sigma_z \epsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yx} \gamma_{yx} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{zy} \gamma_{zy} + \tau_{zx} \gamma_{zx} + \tau_{xz} \gamma_{xz}) dx dy dz$$

La integración se extiende al volumen del cuerpo.



NOTA: Lo anterior es realizable mientras se parta de la hipótesis de continuidad del material.

En las caras que no se ven en el dibujo aparecen las mismas Tensiones.

La *Mecánica Técnica de los Sólidos* se considera una clase menos general de problemas y la ecuación anterior se simplifica grandemente. Entonces:

$$U = \frac{1}{2} \iiint (\sigma_x \epsilon_x + \tau_{xy} \gamma_{xy}) d_x d_y d_z$$

y en el caso de que solamente actúen esfuerzos en una dirección $\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$ y para un esfuerzo cortante puro $\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$ la ecuación anterior se modificó así:

$$U = \iiint_V = \frac{\sigma_x^2}{2E} d_x d_y d_z + \iiint_V = \frac{\tau_{xy}^2}{2G} d_x d_y d_z$$

PARA CARGAS AXILES Y FLEXION
EN VIGAS

PARA FUERZA CORTANTE
EN VIGAS

Se siguen desarrollando y se obtienen expresiones útiles U como casos especiales, reduciendo las integrales triples a simples.

RESUMEN Y SUGERENCIAS

Es indudable el enorme poder del Cálculo Infinitesimal, sobre todo su aplicación en las distintas ramas de la ingeniería.

Es deseable que el Cálculo Infinitesimal llegue a ser materia pre-universitaria en nuestro país, aun cuando se limite a sus aspectos básicos o elementales

La enseñanza de esta ciencia debe ser objeto de adecuación a las distintas carreras para las que, en mayor o menor grado, se torna indispensable.

Las aplicaciones del Cálculo a la ingeniería deben perseguir, en cada nivel, hacer del alumno un ente capaz de enfocar los problemas pertinentes a su especialidad con mentalidad y espíritu investigativos.

El material de apoyo en nuestras escuelas, es un tema que debe ser ponderado con ánimo de facilitar al alumno una comprensión cabal del Cálculo Infinitesimal.

Finalmente, con todo y la excelcitud del Cálculo, cabe preguntar se si el mismo constituye el "non plus ultra" para el ingeniero de hoy y del futuro. Una opinión eminentemente autorizada nos mueve a pensar en alcances matemáticos insospechados. Alberto Einstein, el padre de la Relatividad, nos dejó dicho: "Parece deducirse con certeza que un

sistema de energía finita puede ser completamente descrito por un conjunto finito de números. (Números Cuánticos). Esto no parece estar de acuerdo con una teoría del continuo y conduce a intentar descubrir una teoría puramente algebraica para la descripción de la realidad. Pero nadie sabe cómo obtener las bases de tal Teoría ...*Solamente un progreso importante en los métodos matemáticos puede proporcionar ayuda!*"

Este parecer nos indica que en el olimpo científico hay plazas vacantes para ingenieros y matemáticos de todo el mundo... y ¿Por qué no? idominicanos!